



## Пригласительный тур XV олимпиады по теории вероятностей и статистике для школьников 26 ноября 2021 г.

На работу отводится 120 минут. Разрешается использовать калькулятор. Итоги подводятся отдельно для 6–7 классов, 8–9 классов и 10–11 классов.

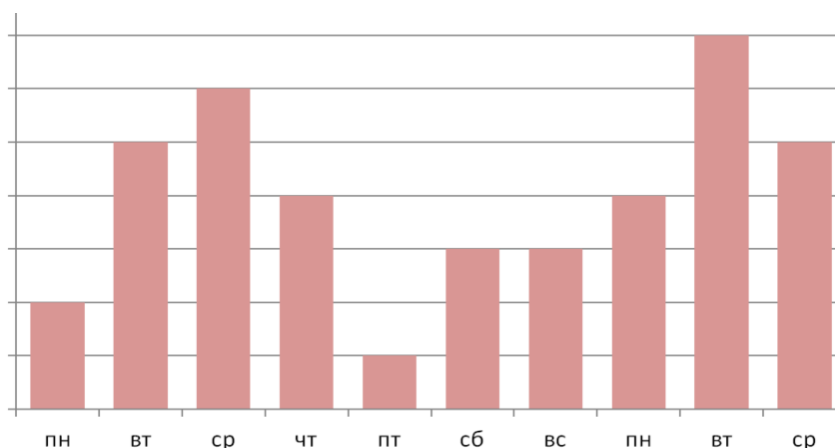
### Вариант 1

#### Задания с кратким ответом

**1. (От 6 класса, 1 балл).** Приведите пример числового набора, который удовлетворяет трём следующим условиям.

- 1) В наборе пять чисел.
- 2) Среднее арифметическое набора больше, чем медиана.
- 3) Из этого набора можно удалить число так, что среднее арифметическое оставшихся чисел станет меньше любой медианы оставшихся чисел<sup>1</sup>.

**2. (От 6 класса, 1 балл).** В понедельник 15 ноября Сергей разместил на своей странице в соцсети фотографию своего кота. Диаграмма показывает, сколько лайков это фото получило за 10 дней, но подписи на вертикальной оси отсутствуют. Известно, что в четверг 18 ноября лайков было на четыре меньше, чем накануне. Среднее количество лайков за все дни оказалось 19. Сколько лайков получило фото в воскресенье 21 ноября?



**3. (От 6 класса, 1 балл).** Одновременно бросили две правильные игральные кости. Известно, что сумма выпавших очков делится на 3. Найдите вероятность того, что хотя бы на одной из костей выпало шесть очков.

**4. (От 7 класса, 1 балл).** Сколько существует различных шестизначных чисел, в записи которых ровно две цифры 1, две цифры 0 и две цифры 3?

<sup>1</sup> Медианой числового набора, в котором чётное количество чисел, является любое число из отрезка, заключённого между двумя центральными числами. Например, медианой набора 1, 2, 3, 4 является любое число из отрезка от 2 до 3.

**5. (От 8 класса, 1 балл).** Выходя из дома на работу, Рассеянный Учёный с вероятностью 0,2 забывает дома шляпу, с вероятностью 0,1 – очки (независимо от шляпы), а с вероятностью 0,3 – зонтик (независимо от шляпы и очков). Если он что-то забыл, то консьержка в подъезде говорит ему об этом. Если Учёный забыл что-то одно, то решает не возвращаться из-за ерунды. Если он забыл две или три вещи, то возвращается за ними.

Завтра Учёный собирается на работу. С какой вероятностью ему придётся вернуться домой за забытыми вещами?

**6. (От 8 класса, 1 балл).** У Маши в корзинке 15 подосиновиков и 12 белых грибов. Маша не глядя достаёт из корзинки по одному грибу. Подосиновики Маша откладывает в одну кучку, а белые – в другую. В какой-то момент Маша взяла из корзинки последний белый гриб. Какова вероятность того, что в этот момент в корзинке осталось ровно 3 подосиновика?

### Задачи с полным решением

**7. (От 6 класса, 2 балла).** От станции Узловая до посёлка Дальний по расписанию ходит автобус. На конечной остановке в Дальнем автобус разворачивается и немедленно отправляется в обратный путь, который занимает столько же времени, сколько дорога от станции до посёлка.

| Расписание движения автобуса по маршруту ст. Узловая – п. Дальний |          |
|---|----------|
| Отправление   | Прибытие |
| 7:20  | 10:00    |
| 10:40   | 13:20    |
| 12:00   | 14:40    |
| 13:05   | 15:45    |
| 16:10   | 18:50    |
| 17:30   | 20:10    |

На маршруте работает наименьшее число водителей, при котором можно обеспечить режим труда и отдыха: если рейс туда-обратно занимает больше четырёх часов, то между рейсами водитель должен отдохнуть не менее часа.

Иван Петрович поехал со ст. Узловая в Дальний и вернулся в тот же день последним рейсом автобуса. Он заметил, что на обратном пути автобус вёл тот же водитель, что и на пути в посёлок. Сколько водителей работает на маршруте и сколько было времени, когда Иван Петрович уезжал со станции в посёлок?

**8. (От 8 класса, 2 балла).** Лотерея выгодна устроителю лотереи, если математическое ожидание выигрыша меньше, чем цена билета. Участник лотереи считает, что лотерея ему выгодна, если, купив один билет, он с вероятностью больше, чем 0,5 выиграет сумму, которая больше цены билета.

Лотерейный билет стоит 10 рублей. С вероятностью  $p$  билет содержит выигрыш 19 рублей, с вероятностью  $1 - p$  билет не содержит выигрыша. Можно ли подобрать  $p$  так, чтобы лотерея была выгодна и устроителю, и участнику лотереи? Если нельзя, объясните почему. Если можно, найдите все такие значения  $p$ .

**9. (От 8 класса, 3 балла).** Варя и Валя собирают наклейки из творожных сырков. Всего в коллекции 18 разных наклеек. Известно, что сейчас у Вари 12 разных наклеек, а у Вали – только 10 разных наклеек. Какова вероятность того, что если Варя и Валя объединят свои коллекции, то у них вместе получится полная коллекция?



## Пригласительный тур XV олимпиады по теории вероятностей и статистике для школьников 26 ноября 2021 г.

На работу отводится 120 минут. Разрешается использовать калькулятор. Итоги подводятся отдельно для 6–7 классов, 8–9 классов и 10–11 классов.

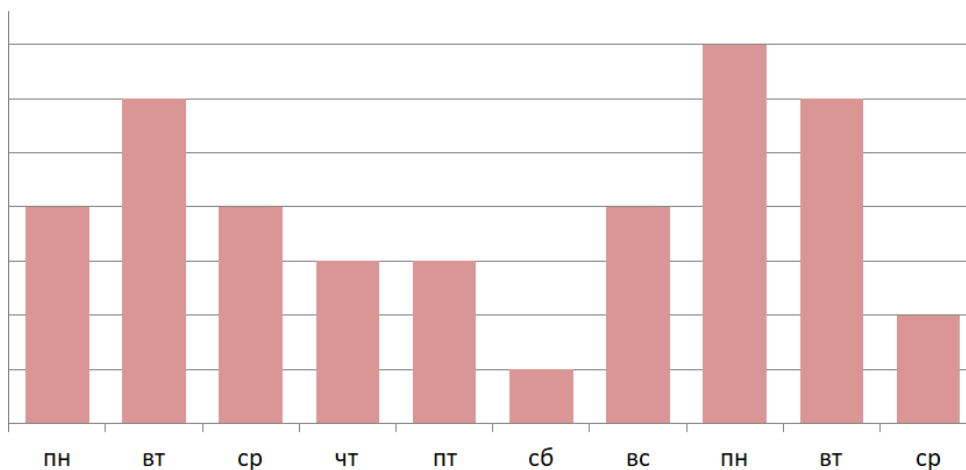
### Вариант 2

#### Задания с кратким ответом

**1. (От 6 класса, 1 балл).** Приведите пример числового набора, который удовлетворяет трём следующим условиям.

- 1) В наборе шесть чисел.
- 2) Среднее арифметическое набора меньше, чем любая его медиана<sup>1</sup>.
- 3) Из этого набора можно удалить число так, что среднее арифметическое оставшихся чисел станет больше медианы.

**2. (От 6 класса, 1 балл).** В понедельник 8 ноября Сергей разместил на своей странице в соцсети фотографию своего хомяка. Диаграмма показывает, сколько лайков это фото получило за 10 дней, но подписи на вертикальной оси отсутствуют. Известно, что в воскресенье 14 ноября лайков было на девять больше, чем накануне. Среднее количество лайков за все дни оказалось 20. Сколько лайков получило фото во вторник 16 ноября?



**3. (От 6 класса, 1 балл).** Одновременно бросили две правильные игральные кости. Известно, что сумма выпавших очков делится на 3. Найдите вероятность того, что хотя бы на одной из костей выпало два очка.

**4. (От 7 класса, 1 балл).** Сколько существует различных семизначных чисел, в записи которых ровно две цифры 7, две цифры 0 и три цифры 9?

<sup>1</sup> Медианой числового набора, в котором чётное количество чисел, является любое число из отрезка, заключённого между двумя центральными числами. Например, медианой набора 1, 2, 3, 4 является любое число из отрезка от 2 до 3.

**5. (От 8 класса, 1 балл).** Выходя из дома на работу, Рассеянный Учёный с вероятностью 0,3 забывает дома шляпу, с вероятностью 0,1 – очки (независимо от шляпы), а с вероятностью 0,4 – зонтик (независимо от шляпы и очков). Если он что-то забыл, то консьержка в подъезде говорит ему об этом. Если Учёный забыл что-то одно, то решает не возвращаться из-за ерунды. Если он забыл две или три вещи, то возвращается за ними.

Завтра Учёный собирается на работу. С какой вероятностью ему придётся вернуться домой за забытыми вещами?

**6. (От 8 класса, 1 балл).** У Нины в корзинке 36 подосиновиков и 14 белых грибов. Нина не глядя достаёт из корзинки по одному грибу. Подосиновики она откладывает в одну кучку, а белые – в другую. В какой-то момент Нина взяла из корзинки последний белый гриб. Какова вероятность того, что в этот момент в корзинке осталось ровно 2 подосиновика?

### Задачи с полным решением

**7. (От 6 класса, 2 балла).** От станции Узловая до посёлка Дальний по расписанию ходит автобус. На конечной остановке в Дальнем автобус разворачивается и немедленно отправляется в обратный путь, который занимает столько же времени, сколько дорога от станции до посёлка.

| Расписание движения автобуса по маршруту ст. Узловая – п. Дальний |          |
|---|----------|
| Отправление   | Прибытие |
| 7:20  | 10:00    |
| 10:40   | 13:20    |
| 12:00   | 14:40    |
| 13:05   | 15:45    |
| 16:10   | 18:50    |
| 17:30   | 20:10    |

На маршруте работает наименьшее число водителей, при котором можно обеспечить режим труда и отдыха: если рейс туда-обратно занимает больше четырёх часов, то между рейсами водитель должен отдохнуть не менее часа.

Алексей Иванович поехал со ст. Узловая в Дальний первым рейсом автобуса и вернулся в тот же день. Он обратил внимание, что на обратном пути автобус вёл тот же водитель, что и утром. Сколько водителей работает на маршруте и сколько было времени, когда Алексей Иванович вернулся на станцию?

**8. (От 8 класса, 2 балла).** Лотерея выгодна устроителю лотереи, если математическое ожидание выигрыша меньше, чем цена билета. Участник лотереи считает, что лотерея ему выгодна, если, купив один билет, он с вероятностью больше, чем 0,5 выиграет сумму, которая больше цены билета.

Лотерейный билет стоит 10 рублей. С вероятностью  $p$  билет содержит выигрыш 18 рублей, с вероятностью  $1 - p$  билет не содержит выигрыша. Можно ли подобрать  $p$  так, чтобы лотерея была выгодна и устроителю, и участнику лотереи? Если нельзя, объясните, почему. Если можно, найдите все такие значения  $p$ .

**9. (От 8 класса, 3 балла).** Тёма и Сёма собирают купоны из стаканчиков с мороженым. Всего в коллекции 17 разных купонов. На данный момент у Тёмы 11 разных купонов, а у Сёмы – только 9 разных купонов. Какова вероятность того, что если Тёма и Сёма объединят свои коллекции, то у них вместе получится полная коллекция?